

INTEGRATION

Integrieren gehört neben dem Differenzieren zu einer der wichtigsten Techniken, die der Physiker auf dem Gebiet der Analysis benötigt. Hier üben wir ein paar der Grundtechniken für Integration.

[P26] *Springende Kugel*

Eine Metallkugel springt auf einer ideal reflektierenden Glasplatte ständig zwischen $z = h$ und $z = 0$ auf und ab. Welche Höhe \bar{z} hat die Kugel im Zeitmittel? Was ergibt sich für die Standardabweichung Δz ?

[P27] *Parameterabhängigkeit eines Integrals*

Wir betrachten die y -Abhängigkeit des uneigentlichen Integrals

$$J_1(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Berechnen Sie dazu das Integral auf dem Integrationsintervall $[-A, A]$ durch geeignete Substitution. Für große A erhalten Sie daraus – neben einer nur von A abhängigen Konstanten – die gesuchte y -Abhängigkeit von J_1 . *Hinweis:* es ist $\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$.

[P28] *Euler*

Berechnen Sie für $\gamma > 0$ das Integral

$$J_2 = \int_0^{\infty} dt e^{-\gamma t} \cos \omega t.$$

Überlegen Sie zunächst, wie das am schnellsten geht (Ansatz für Stammfunktion, oder mehrfache partielle Integration, oder geschickte Darstellung des \cos , oder ...).

[P29] *Integration durch Substitution*

Berechnen Sie das Integral

$$J_3 = \int_0^{\sinh^2 4} dx \frac{1}{\sqrt{x}} \frac{1}{\sqrt{1+x}}.$$